

基于时域非线性压缩-扩张的快速小波配置法

李 昕, 胡 波, 凌 燮 亭, 曾 璇

(复旦大学电子工程系, 上海 200433)

摘 要: 本文提出一种通过时域非线性压缩-扩张改变 FWCM 采样步长, 实现电路模拟误差分布控制的方法. 由于该方法使用了模拟域变换技术, 从而克服了无法直接连续调节 FWCM 步长的困难. 并且, 本文将误差分布控制的思想应用于非线性欠阻尼动态电路的时域模拟, 使模拟效率达到最优. 一些模拟结果证明, 本文的误差分布控制是一种十分有效的方法.

关键词: 快速小波配置法; 时域压缩-扩张; 模拟误差分布控制; 电路模拟

中图分类号: TP317 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2001) 05-0611-04

A Fast Wavelet Collocation Method with Nonlinear Comanding in Time Domain

LI Xin, HU Bo, LING Xie ting, ZENG Xuan

(E. E. Department, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: This paper provides a new method to regulate the step length of FWCM by nonlinear comanding in time domain, so that the error distribution can be controlled in circuit simulation. Because the technology of domain transform is used, the step length of FWCM can be modulated continuously. Furthermore, the methodology of error distribution control is applied in time domain simulation for lightly damped nonlinear dynamic circuit and results in high efficiency. Some simulation results prove the proposed method for error distribution control to be an effective one.

Key words: FWCM; time domain comanding; error distribution control; circuit simulation

1 引言

非线性动态电路模拟存在这样一个问题: 电路在给定初始条件下需要经历一段很长时间的瞬态响应过程才能进入稳态. 但对于很多非线性动态电路, 例如稳压电源、高 Q 值放大器、调制解调与振荡电路等, 我们更多关心其稳态响应波形, 而不必精确得到瞬态响应. 在这样的模拟要求下, 经典的 Time Marching 算法^[1]往往不能胜任, 因为这种算法的计算误差在整个模拟过程中会不断积累^[1], 而且该方法在分析奇异性较强的电路时收敛性较差^[8]. 另一方面, 许多文献报道了直接求取非线性动态电路稳态响应的方法^[2~6]. 这些方法分为两类: Shooting Method^[2,3]和 Harmonic Balance Method^[4~6]. 但它们得到的模拟结果只局限于电路稳态响应, 而在很多应用场合下我们还希望了解一定的瞬态响应情况, 例如需要计算出电路瞬态响应持续时间等, 因此单独的稳态模拟无法完全满足需要. 事实上, 对于这类非线性动态电路模拟问题, 需要一种模拟误差分布控制算法, 使模拟结果的误差分布能人为的预先控制, 达到精度与速度的最优分配.

最近, 文献[7~9]提出用 FWCM (Fast Wavelet Collocation

Method) 模拟线性与非线性电路. 该方法的模拟误差不会积累, 并能有效处理电路的奇异性. 然而, 文献[7~9]只强调使模拟误差均匀分布, 并没有给出一种可以人为控制误差分布的方法. 本文在文献[7~9]的基础上, 提出通过时域非线性压缩-扩张(Time Domain Comanding)改变 FWCM 采样步长, 实现模拟误差分布控制. 本文的工作主要在于:

- (1) 提出误差分布控制的思想, 使模拟效率达到最优.
- (2) 应用时域非线性压缩-扩张改变 FWCM 采样步长, 实现模拟误差分布的连续可控性.
- (3) 将模拟误差分布控制应用于非线性动态电路时域模拟, 大大提高了模拟效率.

2 基于时域非线性压缩-扩张的 FWCM

2.1 FWCM 简介

令非线性动态电路的状态方程为

$$\begin{aligned} dX/dt &= f(X, t) \\ X(0) &= X_0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $X(t) = [X_1(t), X_2(t), \dots, X_N(t)]^T$ 是 N 维状态变量,

$f(X, t)$ 是一个与状态变量 X 和时间 t 有关的非线性函数, $X(0)$ 给出电路初始条件. 根据文献 [7~9], 令 $H^2(I)$ 为定义在 $I = [0, L]$ 上的 Sobolev 空间, 则 $H^2(I)$ 可以表示为子空间 $W_{-1}, W_0, W_1, \dots, W_j, \dots$ 的直和, 即

$$H^2(I) = W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots \oplus W_j \oplus \dots \quad (2)$$

其中符号 \oplus 表示直和. 因此, 电路的每一个状态变量 $X_i(t)$ 均可以在空间 $W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots \oplus W_j$ 中展开, 近似表示成该空间基函数的线性组合, 有

$$X(t) = \begin{bmatrix} X_1(t) \\ \vdots \\ X_N(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & \dots & C_{1M} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{N1} & \dots & C_{NM} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_1(t) \\ \vdots \\ B_M(t) \end{bmatrix} = C \cdot B(t) \quad (3)$$

其中, $B_i(t), i = 1, 2, \dots, M$ 为空间 $W_{-1} \oplus W_0 \oplus W_1 \oplus \dots \oplus W_j$ 的基函数, 它们的具体定义可参见 [7~9], 本文不再赘述; $M = 2^{J+1}L + 3$; $C_{ij}, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, M$ 为基函数系数. 显然, J 越大, 即用高阶小波逼近 $X(t)$, 则误差越小. 将式(3)代入式(1), 并对于子空间 W_j 取采样点^[7~9]

$$\begin{cases} t = 0, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots, L-1, L-\frac{1}{2}, L & (j = -1) \\ t = \frac{1}{2^{j+2}}, \frac{1.5}{2^j}, \dots, \frac{2^j L - 1.5}{2^j}, L - \frac{1}{2^{j+2}} & (j \geq 0) \end{cases} \quad (4)$$

有

$$C \cdot \left[\frac{dB(t_2)}{dt} \dots \frac{dB(t_M)}{dt} \right] = [f(CB(t_2), t_2) \dots f(CB(t_M), t_M)] \quad CB(0) = X_0 \quad (5)$$

其中, $\{t_2, t_3, \dots, t_M\}$ 是空间 $W_j, j = -1, 0, \dots, J$ 的所有采样点 t_i (除 $t_1 = 0$ 外) 的集合. 状态变量 $X(t) = CB(t)$ 在时刻 $t_1 = 0$ 处的约束条件由电路初始状态给出, 而不像其他时刻那样由状态方程给出. 求解方程(5)即得到系数矩阵 C , 进而获得状态方程(1)的解 $X = CB(t)$.



图1 时域非线性压缩-扩张的算法流程

2.2 时域非线性压缩-扩张

FWCM 的逼近误差为 $O(h^4)^{[7~9]}$, 因此只要改变采样步长(即改变采样点的分布位置)就可以改变模拟误差. 但采样点位置是一些固定的离散点(由式(4)定义), 无法根据用户需要任意的连续改变. 因此, 本文提出时域非线性压缩-扩张的思想, 如图1所示. T 域电路状态方程 $dX/dt = f_T(X, t)$ 经非线性映射 $l = g(t)$ 变换为 L 域状态方程 $dX/dl = f_L(X, l)$, 该方程由FWCM 求解得到 L 域模拟结果 $X(l)$, 最后 $X(l)$ 经反变换 $t = g^{-1}(l)$ 求得 T 域中的结果 $X(t)$. 映射 $l = g(t), t \in [0, T], l \in [0, L]$ 为预先定义的非线性函数, $t = g^{-1}(l)$ 为 $l = g(t)$ 的反函数, 并且 $g(\cdot)$ 和 $g^{-1}(\cdot)$ 满足:

$$(C1) \quad g(0) = 0, g^{-1}(0) = 0.$$

$$(C2) \quad g(T) = L, g^{-1}(L) = T.$$

$$(C3) \quad g(\cdot) \text{ 和 } g^{-1}(\cdot) \text{ 均单调上升.}$$

实际上, 这种压缩-扩张(Companding)的思想早在对数域滤波器中就已得以应用^[10], 不同的是本文中压缩-扩张的量是

时域中的模拟区间 $[0, T]$.

经过非线性映射 $l = g(t)$, 式(1)可改写为

$$\frac{dX}{dl} = \frac{dt}{dl} f[X, g^{-1}(l)] \quad (6)$$

$$X(0) = X_0$$

将状态变量 $X(l)$ 用基函数 $B_1(l), B_2(l), \dots, B_M(l)$ 展开, 通过与式(3)~(5)类似的推导, 有

$$C \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{dB(l_2)}{dl} \dots \frac{dB(l_M)}{dl} \right] \\ & \left[\frac{dt(l_2)}{dl} f[CB(l_2), g^{-1}(l_2)] \dots \frac{dt(l_M)}{dl} f[CB(l_M), g^{-1}(l_M)] \right] \end{aligned} \right\} \quad CB(0) = X_0 \quad (7)$$

求解方程(7)即可得系数矩阵 C 以及 $X(l) = CB(l)$. 最后将 $X(l)$ 反变换到 T 域, 有

$$X(t) = X[g(t)] = CB[g(t)] \quad (8)$$

另外, 求解方程(7)是一个非线性迭代过程, 文献[9]给出了几种迭代算法, 但收敛效果均不是很好, 本文求解(7)时采用经典的 Levenberg-Marquardt 算法^[11].

2.3 模拟误差分布控制

考虑到 FWCM 的逼近误差为 $O(h^4)^{[7~9]}$, 并假设状态变量 $X(t)$ 的奇异程度在整个模拟区间 $[0, T]$ 上近似均匀分布, 则

$$E(t) \propto h_T^4(t) = h_L^4(l) \cdot (dt/dl)^4 = h_L^4(l) \cdot (dl/dt)^{-4} \quad (9)$$

其中, $E(t)$ 表示逼近误差, $h_T(t)$ 和 $h_L(l)$ 分别表示 T 域和 L 域中的采样步长. 由于 L 域采样步长 $h_L(l)$ 为常数 h_L , 所以误差 $E(t)$ 与映射 $l = g(t)$ 的导数的四次方成反比. 通过改变 $l = g(t)$, 就可以改变 $E(t)$ 的分布. 并且根据式(9), 只要 dl/dt 连续, $E(t)$ 是连续可变的.

许多实际的动态电路时域模拟问题中, 用户对模拟区间 $[0, T]$ 各个部分的关心程度是不同的, 所以可以在 $[0, T]$ 上定义一个权重函数 $W(t)$ 来定量描述这种关心程度. $W(t)$ 越大, 表示用户的关心程度越大. 显然, 模拟结果的误差分布 $E(t)$ 应与权重 $W(t)$ 成反比, 即

$$W(t) \propto 1/E(t) \propto (dl/dt)^4 \quad (10)$$

因此, 权重函数 $W(t)$ 与非线性映射 $l = g(t)$ 之间有以下定量关系

$$l = g(t) = \frac{L \cdot \int_0^t \sqrt[4]{W(t)} dt}{\int_0^T \sqrt[4]{W(t)} dt} \quad (11)$$

用户可以将对模拟区间的关心程度以函数 $W(t)$ 的形式定量描述, 然后根据式(11)由 $W(t)$ 确定 $l = g(t)$, 实现误差分布控制. 实际上, 权重 W 可以看成是定义在论域 $[0, T]$ 上的一个模糊集, 而 $W(t)$ 则是这个模糊集的隶属函数. 显然, 这种将用户对模拟区间的关心程度表示成一个模糊集隶属函数的方法是与人类本身的逻辑思维模式一致的^[12], 因此它能很好的表达并实现用户的实际模拟要求.

特别的, 根据非线性动态电路的模拟特点, 要求模拟后期的误差较小, 前期的误差可以较大, 定义非线性映射 $l = g(A, B, t), t \in [0, T], l \in [0, L], A$ 和 B 为两个常数且 $B \leq T$. 该函数的具体表达式为

$$l = \begin{cases} \frac{L \cdot (e^{At} - 1)}{e^{AB} - 1 + A \cdot e^{AB} \cdot (T - B)}, & (t \leq B) \\ \frac{L \cdot (e^{AB} - 1) + L \cdot A \cdot e^{AB} \cdot (t - B)}{e^{AB} - 1 + A \cdot e^{AB} \cdot (T - B)}, & (B < t \leq T) \end{cases} \quad (12)$$

上式中, 参数 A 控制映射 $l = g(t)$ 的非线性程度, A 越大, $l = g(t)$ 的非线性越强. 参数 B 控制误差和权重分布达到饱和的位置, 当 $t > B$ 时, 误差和权重保持不变.

2.4 计算复杂度

本文的误差分布控制算法在原有 FWCM 的基础上增加了: (a) 在 FWCM 求解状态方程前将 T 域电路状态方程变换至 L 域; (b) 在 FWCM 解出 L 域状态方程后将 L 域中的解反变换至 T 域. 这两步操作都是确定性算法, 因此与求解状态方程时用到的非线性迭代算法相比, 它们的计算复杂度是很低的. 另一方面, 引入误差分布控制算法以后, 模拟误差能根据用户实际需要进行调整, 大大减少了整个模拟过程中需要的采样点数, 因此, 本文的误差分布控制算法与文献[7~9]的 FWCM 算法相比有更低的复杂度.

3 模拟结果

3.1 NMOS 放大器

图 2 给出一个 NMOS 单管放大电路. 应用式 (12) 定义的映射 $l = g(t)$, 并取 $T = 0.1, L = 10, A = 10, B = 0.08$. 在 L 域内, 取阶数 $J = 1$, 即用 -1 阶、0 阶和 1 阶小波做 FWCM 模拟, 最后反变换到时域 T 的模拟结果如图 3(a) 所示.

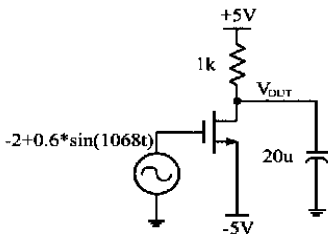


图 2 NMOS 单管放大器

可见, 在电路瞬态响应时期得到的是粗略的模拟结果, 而在稳态响应时期得到的是精确的结果, 误差分布控制算法很好的实现了误差控制功能. 作为比较, 图 3(b) 给出了普通 FWCM 的模拟结果. 对比图 3(a)、(b) 发现, 虽然两者所用的采样点数均为 43, 但前者的模拟误差在 $t = 0$ 处大, $t = T$ 处小; 而后的模拟误差在 $[0, T]$ 上均匀分布. 显然, 对于当前给定的模拟要求, 图 3(a) 的结果是更有效的.

另外, 文献[7~9]也提出了一些实现 FWCM 采样步长非均匀分布的方法, 但这些方法均存在一定局限性. 比如, 文献[7~9]提出根据 FWCM 系数的幅值自适应增加或删除采样点. 其依据是 FWCM 系数的幅值随逼近阶数 j 的上升而下降, 因此可以根据 j 阶系数的大小来判断是否需要增加逼近阶数. 但是在某些情况下, FWCM 系数的幅值并不随逼近阶数 j 的上升而下降. 例如本例中, 对应于普通 FWCM 模拟结果图 3(b) 的小波系数幅值分布如图 3(c) 所示. 其中 0 阶 FWCM 系数小于 1 阶 FWCM 系数. 在这种情况下, 文献[7~9]的自适应算法已不再适用. 另一方面, 文献[8]提出将整个模拟区间 $[0, T]$ 划分为多个子区间, 在各个子区间上采用不同阶数的 FWCM 模拟. 但是, 这种变阶数 FWCM 方法往往不能得到很好

的效果. 比如本例中, 将模拟区间 $[0, 0.1]$ 分为 $[0, 0.05]$ 、 $[0.05, 0.075]$ 、 $[0.075, 0.1]$ 三个子区间, 并分别用 $J = -1, J = 0$ 和 $J = 1$ 的 FWCM 计算, 得到图 3(d) 的模拟结果. 虽然图 3(d) 和图 3(a) 中用到的采样点数均为 43, 但前者的模拟效果较差. 其根本原因是: 直接在 T 域中改变 FWCM 阶数无法连续改变采样步长, 导致相邻两个子区间交界处 ($t = 0.05$ 和 0.075) FWCM 步长发生突变. 其实, 文献[8]的这种变阶数 FWCM 是本文的域变换方法的一个特例, 它等价于映射 $l = g(t)$ 是一个分段线性函数. 当然, 这种以分段线性函数作为域变换映射的模拟效果比以连续光滑函数作为域变换映射的模拟效果要差得多.

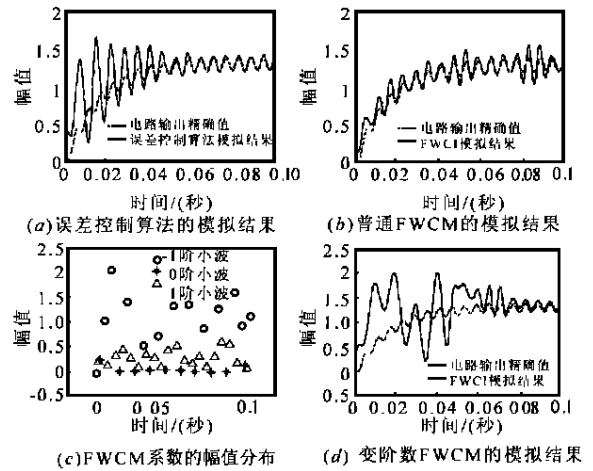


图 3 NMOS 放大器的模拟结果

3.2 Van Der Pol 振荡器

图 4 给出了 Van Der Pol 振荡器的电路结构, 其中非线性函数 $F(w) = \mu * (w - w^3/3)$. 文献[3, 6] 均用该振荡器测试稳态响应模拟算法对非线性自治电路的模拟效果.

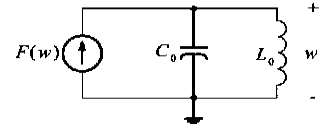


图 4 Van Der Pol 振荡器

首先考虑 $\mu = 0.2, L_0 = 0.05, C_0 = 0.04$ 的弱非线性情况. 应用式 (12) 定义的非线性映射 $l = g(t)$, 并取 $T = 2, L = 15, A = 0.7, B = 1.5, J = 0$, 最后得到图 5(a) 的模拟结果. 其次, 考虑 $\mu = 5, L_0 = 0.08, C_0 = 0.08$ 的强非线性情况. 应用式 (12) 定义的非线性映射 $l = g(t)$, 并取 $T = 2, L = 25, A = 2, B = 0.8, J = 0$, 最后得到图 5(b) 的模拟结果. 可见, 对于弱非线性和强

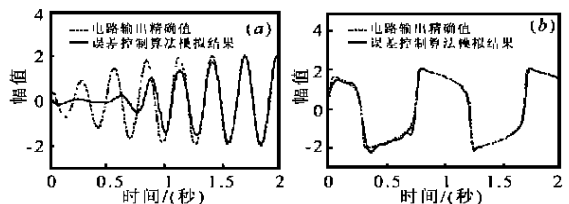


图 5 Van Der Pol 振荡器的模拟结果. (a) 弱非线性 Van Der Pol 振荡器的模拟结果; (b) 强非线性 Van Der Pol 振荡器的模拟结果

非线性两种情况, 误差分布控制算法都能很好的完成模拟任务.

如果用 Harmonic Balance Method 模拟 Van Der Pol 振荡器, 一般需要超过 50 个采样点才能得到足够的精度^[9]. 对于本例中弱非线性和强非线性两种情况, 误差分布控制算法分别只用到 33 和 53 个采样点就取得了很好的模拟效果. 可见, 模拟误差分布控制算法的复杂度与 Harmonic Balance Method 基本相等, 但它可以更多的得到瞬态响应过程的部分信息, 而且在模拟非线性自治电路时不需要对算法做任何特殊修正.

4 结论

本文提出模拟误差分布控制的思想, 并应用时域非线性压缩-扩张改变 FWCM 采样步长, 实现了误差分布的连续可控性. 该方法被应用于非线性动态电路的时域模拟, 取得良好效果. 并且, 本文的误差分布控制算法也可用于一般电路的时域模拟, 使用户能根据自身需要调节模拟误差分布.

参考文献:

- [1] L. O. Chua and P. M. Lin. Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithm, and Computational Techniques [M]. Englewood Cliffs, Nj: Prentice Hall, 1975.
- [2] T. J. Aprille Jr. and T. N. Trick. Steady state analysis of nonlinear circuits with periodic inputs [J]. Proc. IEEE, 1972, 60: 108- 114.
- [3] J. R. Parkhurst and L. L. Oghom. Determining the steady state output of nonlinear oscillatory circuits using Multiple shooting [J]. IEEE Trans. CAD, 1995, 14(7): 882- 889.
- [4] K. S. Kundert and A. Sangiovanni Vincentelli. Simulation of nonlinear circuits in the frequency domain [J]. IEEE Trans. CAD, 1986, 5: 521- 535.
- [5] D. R. Frey and Orhan Noman. An integral equation approach to the periodic steady state problem in nonlinear circuits [J]. IEEE Trans. CASI, 1992, 39(9): 744- 755.
- [6] D. R. Frey. A class of relaxation algorithms for finding the periodic steady state solution in nonlinear system [J]. IEEE Trans. CASI, 1998, 45(6): 659- 663.
- [7] W. Cai and J. Z. Wang. Adaptive multi resolution collocation methods for initial boundary value problems of nonlinear PDE' s [J]. SIAM J. Number. Anal. , 1996, 33(3): 937- 970.

- [8] Dian Zhou and Wei Cai. A fast wavelet collocation method For high speed circuit simulation [J]. IEEE Trans. CASI, 1999, 46(8): 920- 930.
- [9] Dian Zhou, Wei Cai and Wu Zhang. An adaptive wavelet method for nonlinear circuit simulation [J]. IEEE Trans. CASI, 1999, 46(8): 931- 938.
- [10] D. R. Frey. Exponential state space filters: a generic current mode design strategy [J]. IEEE Trans. CASI, 1996, 43(1): 34- 42.
- [11] D. Marquardt. An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters [J]. SIAM J. Appl. Math. , 1963, 11: 431- 441.
- [12] L. A. Zadeh. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes [J]. IEEE Trans. Syst. , Man, Cybernetics, 1973, 3: 28- 44.

作者简介:



李 昕 1977 年 8 月出生, 现在复旦大学电子工程系攻读硕士学位. 从事信号处理, 人工神经网络, 电路设计优化和系统模拟等领域的研究.



胡 波 1968 年出生, 1996 年获复旦大学电子工程系博士学位. 现任复旦大学电子工程系副教授, 主要研究领域有数字信号处理、通信、电路分析与设计.

凌雯亭 复旦大学教授、博导. 从事电路容差分析、集成电路分析与设计、信号盲识别与盲分离、滤波器设计理论、神经网络以及混沌理论与应用等领域的研究.

曾 璇 复旦大学电子工程系副教授, 主要研究领域有模拟电路物理设计自动化, 高层次数模混合电路行为级模拟, 开关电流模拟电路及深亚微米高速时钟网络设计.